

文章编号: 1000-7598 (2010) 09-2913-07

考虑接触非线性的西安明城墙稳定分析

张 柯¹, 吴敏哲¹, 孟昭博¹, 李志宏²

(1. 西安建筑科技大学 土木工程学院, 西安 710055; 2. 机械工业勘察设计院, 西安 710055)

摘 要: 西安明城墙是由内芯土和外包墙组成的人工黄土边坡。强度折减有限元法是分析土坡稳定性、确定土坡最小安全系数的有效方法, 但应用该方法计算城墙的安全系数时, 却难以处理外包墙上的潜在破坏面对城墙稳定性的影响。根据外包墙破坏的实际情况, 假设了不同形式和位置的潜在破坏面来模拟外包墙的破坏形态, 通过考虑软化性能的界面本构方程, 应用强度折减有限元法确定了外包墙的最危险破坏形态, 并基于此破坏形态研究了影响城墙稳定性的主要因素, 可为古城墙的稳定性评估和保护修缮提供依据。分析表明, 城墙内芯土潜在滑动弧可简化为一条直线, 其顶点位于坡肩内约 3 m 处; 城墙沿该滑动弧的安全系数满足稳定性要求; 外包墙的破坏形态和砂浆强度、外包墙与内芯土之间的摩擦系数是影响城墙变形破坏的主要因素。

关 键 词: 城墙; 稳定性; 界面本构方程; 强度折减有限元

中图分类号: TU 435

文献标识码: A

Stability analysis of Xi'an city wall considering nonlinear contact

ZHANG Ke¹, WU Min-zhe¹, MENG Zhao-bo¹, LI Zhi-hong²

(1. School of Civil Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China;

2. Institute of Geotechnical Investigation and Design, MMI, Xi'an 710043, China)

Abstract: Xi'an city wall is an artificial loess slope composed of inner-soil and outer-brick masonry. Strength reduction FEM is an effective method for analyzing the slope stability and calculating the safety factor. But when it is applied to analyze the wall's stability, such difficulties emerge as the potential fracture face in the outer-brick masonry and the interface between inner-soil and outer-brick masonry. According to the contact condition, a plastic interface constitutive equation considering the softening on shear capacity is developed to analyze the stability of Xi'an city wall by using strength reduction FEM. The results indicate that the potential slip circle could be simplified to a line with the vertex 3 m away from the slope shoulder. And the safety factor along this line can meet the engineering requirements of stability. Furthermore, several principal factors that affect the deformation and damage of the wall are determined, such as the shearing strength of outer-brick masonry and the friction coefficient between inner-soil and outer-brick masonry. So it can serve the stability assessment and renovation of the city wall.

Key words: city wall; stability; interface constitutive equation; strength reduction FEM

1 引 言

西安明城墙是由内芯土和外包墙组成的人工黄土边坡, 其横断面呈梯形, 高 12 m, 底宽 15~18 m, 顶宽 12~15 m, 总周长 11.9 km。

西安明城墙历经 600 多年的风雨剥蚀和人类活动, 已出现了不同形式的灾害, 如沉陷、裂缝、脱空、鼓胀以及墙体剥蚀等。2006 年 7 月, 在南门至文昌门段内侧进行“城墙包砌抢修”施工中, 因失去外包墙的支撑, 近 30 m 长的内芯土发生塌陷, 暴

露出城墙本身的稳定性存在严重问题。而目前针对城墙结构性能的研究十分少见^[1-3]。

强度折减有限元法是分析土坡稳定性、确定土坡最小安全系数的有效方法^[4-7], 但应用该方法计算城墙的安全系数时, 却难以处理外包墙上的潜在破坏面对城墙稳定性的影响。本文根据城墙外包墙破坏的实际情况, 假设了不同形式和位置的潜在破坏面来模拟外包墙的破坏形态, 通过考虑软化性能的界面本构方程, 应用强度折减有限元法确定了外包墙的最危险破坏形态, 并基于此破坏形态研究了

影响城墙稳定性的主要因素,可为古城墙的稳定性和保护修缮提供依据。

2 城墙结构概况与有限元模型

2.1 城墙结构概况

西安城墙由地下基础和上部墙体两部分组成。城墙的地下基础为较墙体有一定外放尺寸的倒梯形素土夯实层。城墙的上部墙体又可分为内芯土和外包墙两部分(图1):①内芯土,城墙内芯土为8~10 cm厚的多层板筑夯土,从地下基础顶面开始,逐层夯筑至城墙顶,顶上再加铺一层灰土垫层。②外包墙,城墙的外包墙为下设砖石墙基的砌体墙。其砖石墙基在地平上于外侧顺墙并行平铺两排花岗岩石条,石条内平砌大砖3层,再于此砖上平砌2层砖,形成断面宽2.15 m,高0.50 m的长方形砖石墙基。

外包墙从砖石墙基开始向上砌3大阶至城墙墙面,层层向内收缩,自墙基至城顶面收缩约1.98 m,坡度约80°,属中边悬坡。外包墙所用城砖尺寸(长×宽×高)为450 mm×225 mm×100 mm,比例关系大约为4:2:1。城砖以白灰砌筑,灰层厚10~15 mm,粘结牢固。

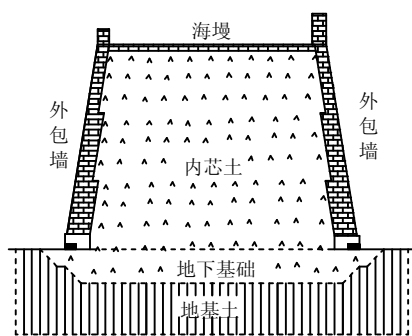


图1 城墙结构
Fig.1 Structure of Xi'an city wall

2.2 有限元模型

根据城墙结构概况,建立城墙的二维平面应变模型(图2),采用强度折减有限元法研究城墙的稳定性能,其计算原理分述如下。

2.2.1 强度折减有限元法

强度折减有限元法是一种用来确定土坡最小安全系数的方法,也是应用有限元分析土坡稳定的有效方法^[4-5]。它通过逐步折减土的抗剪强度,使土坡达到破坏的临界状态,并定义此时的折减系数为土坡稳定的安全系数 F_s ,具有强度储备的物理意义。

土抗剪强度参数的折减原则:

$$c' = c / R; \quad \varphi' = \arctan(\tan \varphi / R) \quad (1)$$

为了考虑剪胀角的影响,取

$$\psi' = \arctan(\tan \psi / R) \quad (2)$$

式中: R 为强度折减系数; c 、 φ 、 ψ 分别为土的原始黏聚力、内摩擦角和膨胀角; c' 、 φ' 、 ψ' 分别为折减后土的黏聚力、内摩擦角和膨胀角。

2.2.2 内芯土的 Drucker-Prager 模型及参数

研究指出^[4,8-9],采用土的弹塑性模型进行强度折减有限元计算,不仅可以计算出土坡稳定的安全系数,而且可以根据土坡内形成的剪切带,确定土坡的潜在滑移面。Drucker-Prager 模型是建立在广义 Mises 屈服准则基础上的一种弹塑性模型,因此可用来模拟城墙上的内芯土,它的屈服函数为

$$F = \sqrt{J_2} - \alpha I_1 - k = 0 \quad (3)$$

式中: I_1 为应力张量的第一不变量; J_2 为偏斜应力张量的第二不变量; α 、 k 为模型中的参数,可用土的黏聚力 c 、内摩擦角 φ 和膨胀角 ψ 表示为

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{9 \sin \varphi}{\tan \psi \sin \varphi + \sqrt{3(9 - \tan^2 \psi)}} \\ k &= \frac{(9 - \alpha \tan \psi) c \cos \varphi}{\sqrt{3(9 - \tan^2 \psi)}} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

内芯土的计算参数根据机械工业勘察设计院对西安城墙的病害勘察报告,示于城墙的二维平面应变模型上,如图2所示。

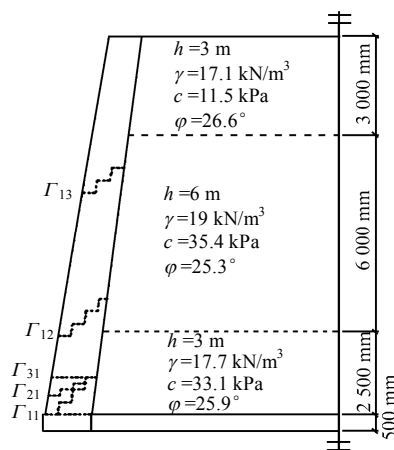


图2 城墙平面应变模型
Fig.2 Plane strain finite element model of Xi'an city wall

2.2.3 外包墙的计算模型及参数

城墙的外包墙为砖石墙基的砌体墙,其极限强度、弹性模量均比内芯土大,因此,在考虑二者相

相互作用的模型中,可以采用各向同性的线弹性本构模型来描述外包墙的力学行为。同时,采用自接触界面来描述外包墙潜在破坏面的滑移失稳。外包墙线弹性本构模型的计算参数根据太原理工大学对明清城墙砖和砂浆的试验,取 MU10 等级的砖和 M2.5 等级的砂浆组成的砌体对应的计算参数^[10-11],具体为 $\gamma = 16.67 \text{ kN/m}^3$, $f = 1.38 \text{ MPa}$, $E = 1\,918 \text{ MPa}$, $\mu = 0.15$, $f_{V0,k} = 0.13 \text{ MPa}$ 。

3 接触界面

考虑内芯土与外包墙之间的相互作用,引入两种不同的接触界面进行计算。第1种界面为外包墙上的自接触界面。它是一种虚拟界面。根据外包墙呈3大阶收缩的结构情况,假定了不同形式和位置的潜在破坏面,用来模拟外包墙的破坏形态对城墙稳定性的影响,并最终确定外包墙的最危险破坏形态。第2种界面为外包墙-内芯土接触界面,它是外包墙和内芯土之间的相互接触界面。引入此种界面的目的是为了考察二者间接触界面的特性对城墙稳定性的影响。

外包墙上的虚拟自接触界面和外包墙-内芯土接触界面都要满足一定的接触界面条件,并需采用一定的界面本构方程进行描述。

3.1 接触界面条件

接触界面在未发生滑动前,其两部分相互接触,但不能发生重叠,即其界面必须同时满足面力平衡和不可侵彻性条件。

在平面应变模型中,接触界面是一条直线。设 da 、 db 是接触线上相互接触的两个微段,二者的法线方向为 $\mathbf{n}^a$ 和 $\mathbf{n}^b$, 面力向量为 $\mathbf{t}^a$ 和 $\mathbf{t}^b$, 运动速度为 $\mathbf{v}^a$ 和 $\mathbf{v}^b$, 则

(1) 面力平衡条件为

$$\mathbf{t}^a + \mathbf{t}^b = 0 \quad (5)$$

面力平衡条件包含两个子条件:

①法向面力不能是拉力,即

$$t_N = t_N^a = -t_N^b \leq 0 \quad (6)$$

②接触界面在切线方向满足动量平衡的要求。

因接触界面上不存在质量,

$$\text{故} \quad t_T^a + t_T^b = 0 \quad (7)$$

式中法向面力不能是拉力,是判断滑移线是否发生接触的基本条件;接触界面的切向面力平衡方程,是判断接触界面是否滑移的条件。

(2) 以率形式表示的不可侵彻性条件为

$$\gamma_N = \mathbf{v}^a \mathbf{n}^a + \mathbf{v}^b \mathbf{n}^b = (\mathbf{v}^a - \mathbf{v}^b) \mathbf{n}^a = \mathbf{v}_N^a - \mathbf{v}_N^b \leq 0 \quad (8)$$

式中: γ_N 为接触界面的侵彻率; $\mathbf{v}$ 为接触界面的运动速度;下标 N、T 分别表示接触界面的法线和切线方向。

3.2 界面本构方程

根据接触界面满足的两种接触条件,可以建立接触界面的塑性本构方程。这一过程需要定义面力 $\mathbf{t}$ 的2个函数,即屈服函数 $F(t_T, t_N)$ 和势函数 $G(t_T, t_N)$ 。屈服函数 $F(t_T, t_N)$ 给出了接触界面的切向面力,并由此可以确定接触界面开始滑动的条件;势函数 $G(t_T, t_N)$ 确定了滑动时的塑性应变率和切向面力之间的关系^[12]。

设接触线 Γ 上的任意小线段 $d\mathbf{l}$ 都满足 Coulomb 摩擦条件,则线段 $d\mathbf{l}$ 上的切向承载力为

$$\tau_f d\mathbf{l} = (\tau(t_N) + \mu(t_N) t_N) d\mathbf{l} \quad (9)$$

式中: $\tau(t_N)$ 为接触界面的抗剪强度线与纵轴的截距; $\mu(t_N)$ 为该强度线的斜率。二者均为垂直压应力 t_N 的函数。线段 $d\mathbf{l}$ 上的切向承载力 τ_f 随垂直压应力 t_N 而变化,并可通过参数 $\tau(t_N)$ 和 $\mu(t_N)$ 来确定。

将式(9)在滑移线 Γ 上积分得其总切向承载力为

$$T = \int_{\Gamma} \tau_f d\mathbf{l} = \int_{\Gamma} (\tau(t_N) + \mu(t_N) t_N) d\mathbf{l} \quad (10)$$

而接触线 Γ 在外部切向荷载 $T_T = \left| \int_{\Gamma} t_T d\mathbf{l} \right|$ 下平衡,即

$$\left| \int_{\Gamma} t_T d\mathbf{l} \right| = \int_{\Gamma} (\tau(t_N) + \mu(t_N) t_N) d\mathbf{l} \quad (11)$$

故滑移线 Γ 上的屈服函数为

$$F(t_T, t_N) = \left| \int_{\Gamma} t_T d\mathbf{l} \right| - \int_{\Gamma} (\tau(t_N) + \mu(t_N) t_N) d\mathbf{l} = 0 \quad (12)$$

此屈服函数在 t_T - t_N 平面上为关于 t_N 对称的两条曲线。

设接触线 Γ 上的塑性响应符合关联流动法则,则接触线滑动时的势函数与屈服函数具有相同的形式,即

$$G(t_T, t_N) = \left| \int_{\Gamma} t_T d\mathbf{l} \right| - \int_{\Gamma} (\tau(t_N) + \mu(t_N) t_N) d\mathbf{l} = 0 \quad (13)$$

则结构面的滑动率 $G(t_T, t_N)$ 为

$$\gamma_N = \alpha \frac{\partial G}{\partial t_N}; \gamma_T = \alpha \frac{\partial G}{\partial t_T} \quad (14)$$

3.3 界面接触属性

虽然外包墙上的自接触界面和外包墙-内芯土接触界面都满足相同的接触条件, 也可以通过相似的界面本构方程进行模拟, 但它们之间的接触属性却存在差异。欲使用 3.2 节构造的界面塑性本构方程, 需要根据不同界面的接触属性, 确定抗剪强度 τ_f 随垂直压应力 t_N 的变化规律。

3.3.1 外包墙上的自接触界面

外包墙的抗拉强度很小, 而其抗剪强度 τ_y 随垂直压应力 t_N 的增大而不断变化, 在 t_N 增大到一定程度后砌体的抗剪强度 τ_y 不断下降, 表现出一种软化特性^[11]。故利用接触界面来模拟外包墙上的潜在滑移线时, 忽略砌体的抗拉强度, 只根据砌体的抗剪强度 τ_y 与垂直压应力 t_N 的关系, 确定不同轴压比 t_N/f 作用下外包墙的抗剪强度为 (图 3)

$$\left. \begin{aligned} \tau_f &= 0.4t_N + 0.0628f, & (t_N/f \in [0, 0.25]) \\ \tau_f &= 0.224t_N + 0.1068f, & (t_N/f \in (0.25, 0.55]) \\ \tau_f &= -0.037t_N + 0.2504f, & (t_N/f \in (0.55, 0.82]) \\ \tau_f &= -0.4167t_N + 0.5617f, & (t_N/f \in (0.82, 0.94]) \\ \tau_f &= -3.1333t_N + 3.1333f, & (t_N/f \in (0.94, 1]) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中: f 为砌体的抗压强度标准值。

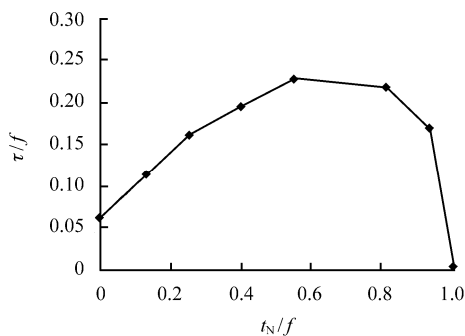


图3 外包墙抗剪强度的归一化曲线

Fig.3 Shearing strength curves of outer-brick masonry

3.3.2 外包墙-内芯土接触界面

内芯土与外包墙变形不协调, 导致二者之间的接触界面上存在压应力和剪应力。当此剪应力达到某一数值时, 接触面才产生相对的塑性滑动, 故可以采用刚塑性模型来计算。计算时假定接触界面的抗剪强度线与纵轴的截距 $\tau(t_N)=0$, 斜率为 $\mu(t_N)=0.5$, 故得该接触界面的抗剪强度为 $\tau_f = 0.5t_N$ 。

4 城墙失稳的特征

采用上述计算模型, 以外包墙遵从 Γ_{11} 破坏形态为基本情况, 研究城墙失稳的基本特征。

4.1 内芯土的塑性应变

考察内芯土塑性应变 $\varepsilon_{\max}^p$ 随折减系数 R 的发展过程 (图 4) 可以看出, 城墙内芯土首先在上部薄弱土层的底部产生了较大的塑性变形。当 $R=1.15$ 时, 外包墙-内芯土接触界面也产生了塑性变形。这两部分的塑性变形随着折减系数的增大而不断发展, 最后在 C 点相互连通, 形成了一个完整的滑动弧。滑动弧形成以后, 外包墙处平面弯曲不断增大, 潜在破坏面的抗剪强度降低, 最终导致城墙失稳破坏。由塑性应变的分布 (图 4(d)) 可知, 城墙内芯土潜在滑动弧的顶点在坡肩内约 3 m 的 B 点。由点 A 、 B 和 C 可以确定城墙内芯土滑动弧的位置。因滑动弧半径很大, 故可简化为一条直线, 见图 4 (d)。

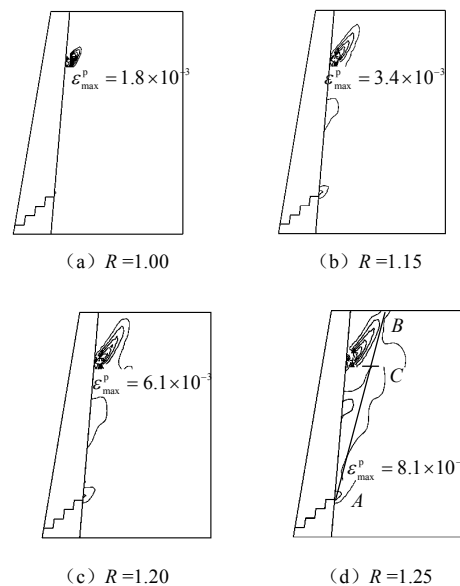


图4 内芯土的塑性应变

Fig.4 Plastic strain of inner-soil

值得注意的是, 土层性质的差异造成塑性应变在土层界面上产生间断现象。特别是在图 4 (d) 中的 C 点左下侧存在一个没有发生明显塑性变形的区域, 这是由于中部土层的抗剪强度大于上部土层造成的。

4.2 外包墙上潜在破坏面的滑移量

研究外包墙上潜在破坏面的滑移量随折减系数的变化 (图 5) 可知, 当抗剪强度折减到一定数值时, 外包墙上潜在破坏面的滑动量 δ 急剧增大, 这说明城墙失稳具有突发性。本文采用滑移量突变判据作为判断城墙是否失稳的标准, 以 $\psi = \beta$ 时 $\delta - R$

曲线(见图5)上最小曲率半径处的滑动增量与折减系数增量的比率 s_c 作为判断依据, 此处 $s_c = \Delta\delta / \Delta R = 2.25$ 。当滑动量随折减系数的增长超过此值时, 即认为城墙发生了失稳破坏。

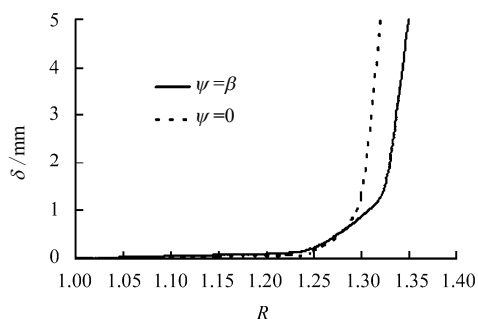


图5 外包墙上潜在破坏面的滑移量

Fig.5 Slippage on the potential fracture face of outer-brick masonry

4.3 外包墙上的土压力

如图6所示, 以潜在破坏面滑移前外包墙-内芯土界面的接触压力作为外包墙的主动土压力, 可见, 其主要分布在8 m以下的接触面上, 这与朗肯和库仑理论计算得到的主动土压力在分布范围和数值上都存在较大差异, 这是由于朗肯和库仑土压力理论没有考虑墙体变形对土压力的影响, 而外包墙在内芯土压力作用下发生了整体弯曲变形, 从而改变了外包墙土压力的分布。此外, 当外包墙上的潜在破坏面滑移后, 外包墙上的主动土压力的分布也发生了变化。

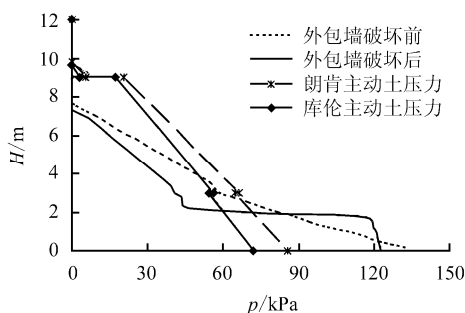


图6 外包墙上的土压力

Fig.6 Earth pressure on the outer-brick masonry

5 影响城墙稳定性的因素

5.1 外包墙自接触界面的形式和位置

根据外包墙的5种破坏形态(图2), 研究不同形式和位置的潜在破坏面对城墙稳定性的影响, 并针对同一位置不同形式的3种界面 Γ_{11} 、 Γ_{21} 和 Γ_{31} ,

分别建立不同的有限元模型计算城墙的安全系数。结果表明, 同一位置的潜在破坏面, 其倾斜角度越大, 城墙的稳定性越低。

针对同种形式不同位置的3种界面 Γ_{11} 、 Γ_{12} 和 Γ_{13} 进行计算, 结果表明潜在破坏面的位置越高, 城墙的稳定性越好。当接触界面为 Γ_{11} 、 Γ_{12} 时, 计算得到的安全系数分别为1.247和1.575; 当界面为 Γ_{13} 时, 城墙虽然在上部土层中形成了滑动面, 但由于外包墙的约束作用, 当强度折减系数很大时仍未出现失稳现象。

综上所述, 外包墙的破坏形态对西安城墙稳定性存在重要影响。外包墙呈现 Γ_{11} 的破坏形态时, 城墙具有最小的强度折减系数, 此即城墙稳定性的安全系数, $F_s = 1.247$ 。

5.2 土层的剪胀角

图5也对比了 $\psi = \beta$ 和 $\psi = 0$ 时的 δ - R 曲线。经对比计算可知, 考虑夯筑土过大剪胀时, 城墙稳定的安全系数 $F_s = 1.247$; 完全不考虑夯筑土剪胀时, $F'_s = 1.235$, 二者仅相差1%。故膨胀角对城墙稳定性的影响较小。

5.3 外包墙砂浆的强度等级

砂浆强度是决定砌体抗剪强度的主要因素, 而砌体的抗剪强度决定了潜在破坏面的切向承载力。通过变化砂浆的强度, 得到不同砂浆强度等级对应的 M - R 曲线(图7)。该曲线表明, 城墙的稳定性受外包墙砂浆强度的影响很大, 其安全系数随砂浆强度等级的提高而增大。当砂浆强度等级从M0.4提高为M5.0时, 城墙的安全系数增大为1.254, 比砂浆强度等级为M0.4时增大13.4%(表1)。故合理提高外包墙的砂浆强度可以增加城墙的稳定性。

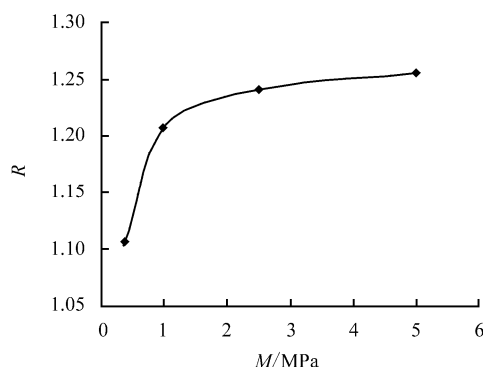


图7 砂浆强度对城墙稳定性的影响

Fig.7 Influence of mortar strength on the stability of Xi'an city wall

5.4 外包墙与内芯土之间的摩擦系数

取外包墙与内芯土之间的摩擦系数在 $\mu = 0.30$ (潮湿) 和 $\mu = 0.50$ (干燥) 之间变化, 得到不同摩擦系数对应的 μ - R 曲线 (图 8)。可见, 城墙的稳定性随着摩擦系数的增大而提高, 其中当外包墙与内芯土之间的界面处于干燥状态时, 其安全系数为 1.247, 比界面潮湿状态时提高 6.8%, 比不考虑二者之间的摩擦时提高 10.5% (表 1), 这是由于外包墙与内芯土之间的摩擦力限制了内芯土滑动弧的滑动, 故防止雨水浸润外包墙与内芯土之间的接触面也可以增加城墙的稳定性。

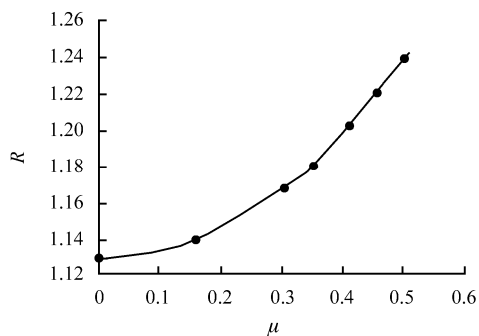


图 8 摩擦系数对城墙稳定性的影响
Fig.8 Influence of friction coefficient on the stability of Xi'an city wall

表 1 不同因素影响下城墙的安全系数

Table 1 Safety factor of Xi'an City Wall in different situations

安全系数	膨胀角 ψ		砂浆强度 M				摩擦系数 μ			
	β	0	5.0	1.0	0.4	0	0.30	0.35	0.40	0.45
F_s	1.247	1.235	1.254	1.205	1.106	1.128	1.168	1.179	1.202	1.221

6 结 论

(1) 城墙内芯土潜在滑动弧可以简化成一条直线, 其顶点位于坡肩内侧约 3 m 处。城墙沿该滑动弧的安全系数为 $F_s = 1.247$, 满足稳定性的要求。

(2) 外包墙上的土压力与朗肯主动土压力和库仑主动土压力存在较大差异。

(3) 外包墙的破坏形态与砂浆强度、外包墙与内芯土之间的摩擦系数是影响城墙变形破坏的主要因素。城墙的稳定性受内芯土剪胀角的影响较小。

(4) 在城墙修缮保护工程中, 合理提高外包墙的砂浆强度, 改善海墁的防水排水性能, 防止雨水浸润外包墙与内芯土之间的接触面都是提高城墙稳定性的重要措施。

参 考 文 献

- [1] 赵均海, 杨松岩, 俞茂宏, 等. 西安东门城墙的弹塑性有限元分析[J]. 西北建筑工程学院学报, 1998, 15(3): 1—7.
ZHAO Jun-hai, YANG Song-yan, YU Mao-hong, et al. Elastoplastic analysis for the wall of the east gate in Xi'an city by finite element method[J]. *Journal of Northwestern Institute of Architectural Engineering*, 1998, 15(3): 1—7.
- [2] 赵均海, 杨松岩, 俞茂宏, 等. 西安东门城墙有限元动力分析[J]. 西北建筑工程学院学报(自然科学版), 1999, 16(4): 1—5.
ZHAO Jun-hai, YANG Song-yan, YU Mao-hong, et al.

The dynamic analysis for the city wall of east gate in Xi'an by the finite element method[J]. *Journal of Northwestern Institute of Architectural Engineering*, 1999, 16(4): 1—5.

- [3] 张荫, 赵冬, 陈平. 西安古城墙抗倾覆稳定性及城门券洞承载力分析[J]. 西安建筑科技大学学报, 1999, 31(3): 240—242.
ZHANG Yin, ZHAO Dong, CHEN Ping. Analyses of the stability of Xi'an city wall and the bearing capacity of the gate arch[J]. *Journal of Xi'an University of Architecture & Technology*, 1999, 31(3): 240—242.
- [4] 迟世春, 关立军. 应用强度折减有限元法分析土坡稳定的适应性[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2005, 37(9): 1298—1302.
CHI Shi-chun, GUAN Li-jun. Soil constitutive relation for slope stability by finite element method with the discount shear strength technology[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2005, 37(9): 1298—1302.
- [5] 郑宏, 田斌, 刘德富, 等. 关于有限元边坡稳定性分析中安全系数的定义问题[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(13): 2225—2230.
ZHENG Hong, TIAN Bin, LIU De-fu, et al. On definitions of safety factor of slope stability analysis with finite element method[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2005, 24(13): 2225—2230.

- [6] 吕庆, 孙红月, 尚岳全. 强度折减有限元法中边坡失稳判据的研究[J]. 浙江大学学报(工学版), 2008, 42(1): 83—87.
LÜ Qing, SUN Hong-yue, SHANG Yue-quan. Slope failure criteria of shear strength reduction finite element method[J]. **Journal of Zhejiang University (Engineering Science)**, 2008, 42(1): 83—87.
- [7] 魏汝龙, 张凌. 稳定分析中的强度指标问题[J]. 岩土工程学报, 1993, 15(5): 24—30.
WEI Ru-long, ZHANG Ling. Strength parameters in stability analysis[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1993, 15(5): 24—30.
- [8] 殷宗泽, 吕擎峰. 圆弧滑动有限元土坡稳定分析[J]. 岩土力学, 2005, 26(10): 1525—1529.
YIN Zong-ze, LÜ Qing-feng. Finite element analysis of soil slope based on circular slip surface assumption[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(10): 1525—1529.
- [9] 谭晓慧, 王建国, 王印. 边坡稳定的非线性有限元分析[J]. 岩土力学, 2008, 29(8): 2047—2050.
TAN Xiao-hui, WANG Jian-guo, WANG Yin. Nonlinear finite element analysis of slope stability[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2008, 29(8): 2047—2050.
- [10] 康锦霞, 马成理. 平遥古城城墙城砖与灰浆的力学性能试验研究[J]. 工业建筑, 2007, 37(增刊): 110—112.
KANG Jin-xia, MA Cheng-li. Mechanical performance experimental research on bricks and mortars of the wall in Pingyao ancient city[J]. **Industrial Construction**, 2007, 37(Supp.): 110—112.
- [11] 施楚贤. 砌体结构理论与设计[M]. 北京: 中国建筑工程工业出版社, 1992.
- [12] TED Belytschko. 连续体和结构的非线性有限元[M]. 庄茁译. 北京: 清华大学出版社, 2002.